CLEAI, matematica generale, primo semestre, aa 2002–2003.
Esercizi della prova scritta del 16 giugno 2003

Studio di funzione:

1. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza; (b) eventuali punti di discontinuità; (c) limiti; (d) crescenza e decrescenza; (e) concavità e convessità; (f) asintoti.

2. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza; (b) eventuali punti di discontinuità; (c) limiti; (d) crescenza e decrescenza; (e) concavità e convessità; (f) asintoti.

3. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \frac{x}{x^4 - 1}$$

Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza; (b) eventuali punti di discontinuità; (c) limiti; (d) crescenza e decrescenza; (e) concavità e convessità; (f) asintoti.

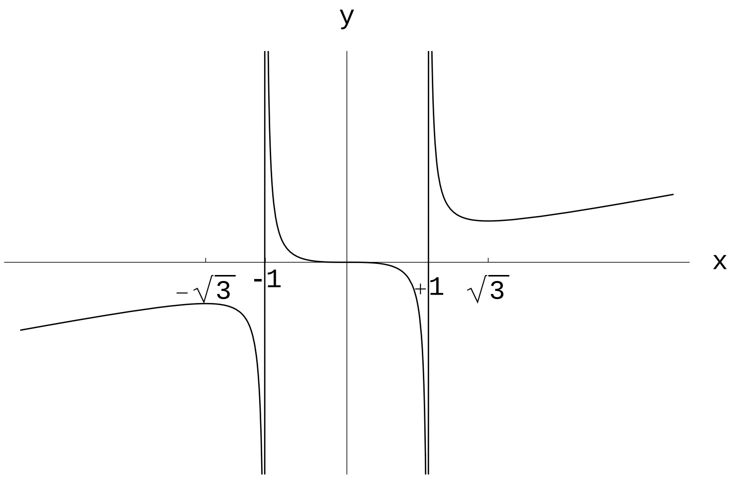
4. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \frac{\log x^4}{x - 1}$$

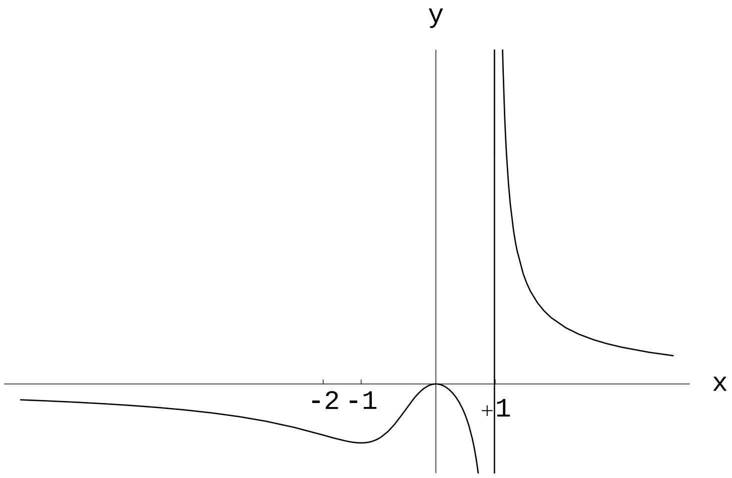
Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza; (b) eventuali punti di discontinuità; (c) limiti; (d) crescenza e decrescenza; (e) concavità e convessità; (f) asintoti.

Studio di grafico di funzione:

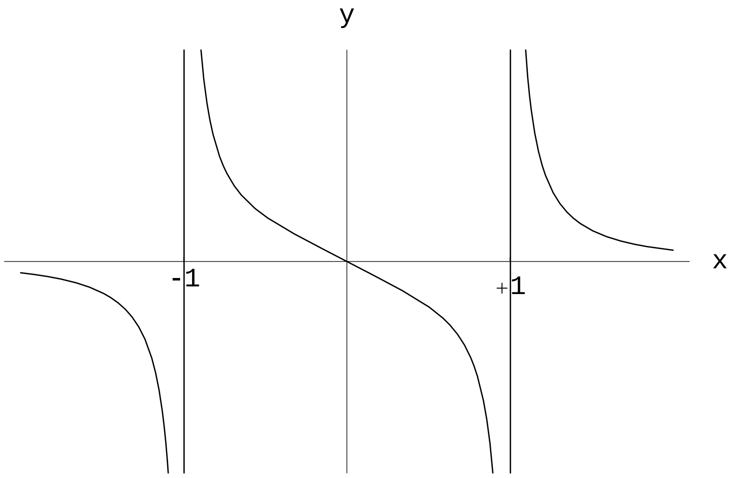
1. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare: (a) campo d'esistenza; (b) segno; (c) eventuali punti di discontinuità; (d) limiti; (e) zeri; (f) intersezioni con l'asse y; (g) intervalli di crescenza e decrescenza; (h) punti critici; (i) estremi locali e globali; (j) asintoti; (k) concavità e convessità.



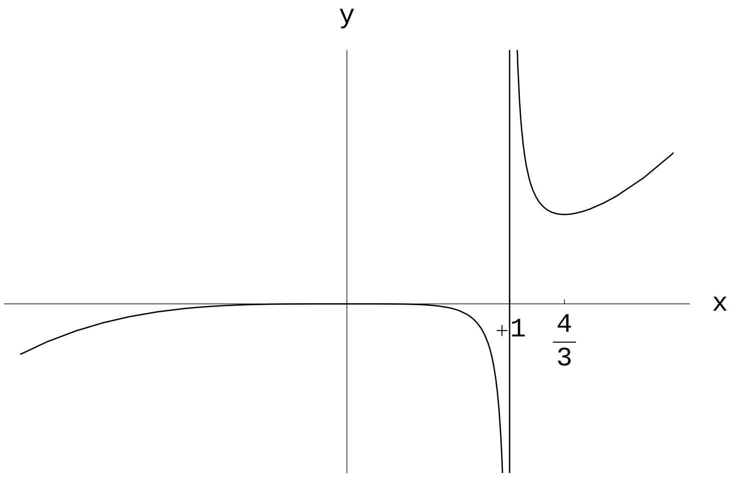
2. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare: (a) campo d'esistenza; (b) segno; (c) eventuali punti di discontinuità; (d) limiti; (e) zeri; (f) intersezioni con l'asse y; (g) intervalli di crescenza e decrescenza; (h) punti critici; (i) estremi locali e globali; (j) asintoti; (k) concavità e convessità.



3. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare: (a) campo d'esistenza; (b) segno; (c) eventuali punti di discontinuità; (d) limiti; (e) zeri; (f) intersezioni con l'asse y; (g) intervalli di crescenza e decrescenza; (h) punti critici; (i) estremi locali e globali; (j) asintoti; (k) concavità e convessità.



4. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare: (a) campo d'esistenza; (b) segno; (c) eventuali punti di discontinuità; (d) limiti; (e) zeri; (f) intersezioni con l'asse y; (g) intervalli di crescenza e decrescenza; (h) punti critici; (i) estremi locali e globali; (j) asintoti; (k) concavità e convessità.



Massimi e minimi:

1. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1, 1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := x^2 - 1$$

2. Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(-1, 1]$ della seguente funzione:
$$f(x) := x^3 + 1$$

Zeri:

1. Stabilire se $f(x) := e^x + x$ ammette degli zeri su $(0, +\infty)$. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

2. Stabilire se $f(x) := e^x + \ln x$ ammette degli zeri su $(0, +\infty)$. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

Punti fissi:

1. - Stabilire se la curva $f(x) := -e^x$ e la retta $y = x$ si intersecano;
   - discutere i punti fissi di $f(x) := -e^x$.

2. - Stabilire se la curva $f(x) := -e^x$ e la retta $y = x$ si intersecano;
   - discutere i punti fissi di $f(x) := -e^x$.

Teorico:

1. Dire se $f(x) := 2e^{\sqrt{\ln |x|}} \log(x^{23})$ ammette massimo e minimo globale nell'intervallo $[1, 2]$ (giustificare la risposta).

2. Dire se $f(x) := \ln \sqrt{|x|}$ assume il valore $\ln(5/4)$ nell'intervallo $[1, 4]$ (giustificare la risposta).

3. Dire se $f(x) := 7e^{\sqrt{|x^7 - x^5 + 15|}}$ ammette un punto critico nell'intervallo $[0, 1]$ (giustificare la risposta).